ТМО

# Вероятностные характеристики случайного процесса

Математическим ожиданием случайного процесса называется неслучайная функция, m(t), которая при каждом значении аргумента t равна мат ожиданию соответствующего сечения случайной функции.

(рисунок)

Геометрически мат ожидание случайного процесса можно истолковать как среднюю кривую около которой расположены другие кривые – реализации. При фиксированном значении аргумента Мат ожидание – есть среднее значение сечения.

Опр.

Дисперсией случайного процесса называют неслучайную неотрицательную функцию D(t), значение которой для каждого аргумента t равно дисперсии соответствующего сечения случайной функции.

Дисперсия характеризует степень рассеивания возможных реализаций вокруг мат ожидания случайного процесса.

При фиксированном значении аргумента дисперсия характеризует степень рассеивания возможных значений сечения вокруг математического ожидания сечения.

Часто вместо дисперсии рассматривают среднее квадратическое отклонение случайного процесса: Сигма х (t) = размерности случайного процесса, значения реализаций случайного процесса при каждом t отклоняются от мат ожидания на величину порядка сигма х (t).

Мат ожидание и дисперсия являются важнейшими характеристиками случайного процесса, однако данных характеристик недостаточно, для описания основных особенностей случайного процесса.

Рассмотрим два случ процесса Х(t) и y(t), построенные так, чтобы имели схожие мат ожидания и дисперсии. (рисунок)

У случайных процессов Х(t) и У(t) примерно одинаковые мат ожидания и дисперсии, однако характер этих случайных процессов резко различен. Для случайного процесса Х(t) характерно плавное, постепенное изменение. Случайная функция У(t) имеет резко колебательный характер с неправильными беспорядочными колебаниями. Для такого случайного процесса характерно быстрое затухание зависимости между его значениями по мере увеличения расстояния по t между ними.

Очевидно, что внутренняя структура обоих случайных процессов совершенно различна, но это различие не улавливается не мат ожиданием, не дисперсией.

## Корреляционная функция.

Чтобы охарактеризовать структуру случайного процесса (изменчивость реализации во времени) необходимо ввести характеристику зависимости (**корреляции**) двух сечений случайного процесса. Эта характеристики называется **Корреляционной функцией**.

Пусть имеется случайный процесс x(t). Построим график случайного процесса. (рисунок)

Корреляционная функция случайного процесса характеризует степень статистической связи между сечениями x(t1) и x(t2), относящимися к разным моментам времени t1 и t2.

Опр.

**Корреляционной функцией** случайного процесса называется неслучайная функция Kx(t1\*t2), которая для каждой пары моментов времени t1, t2 равна мат ожиданию произведения соответствующих сечений X(t1) и X(t2): Kx(t1,t2)- Dx

Свойства корр функции:

1. При равных аргументах t1=t2 корреляционная функция обращается в дисперсию случайной функции. K(t1,t1)=D(t1)
2. Корреляционная функция симметрична относительно своих аргументов. K(t1,t2)=K(t2,t1)

Корреляционная функция зависит от дисперсии. Если процесс весьма мало отклоняется от своего мат ожидания, то корреляционная функция будет мала, независимо от степени связи между функциями.

Для количественной характеристики степени зависимости между сечениями вводят безразмерную величину, называемую нормированной корреляционной функцией.

R(t1,t2)= K(t1,t2)/ (сигма(t1)\* сигма(t2))

Нормированная корреляционная функция при фиксированных значениях аргументов представляет собой коэффициент корреляции соответствующих сечений случайного процесса.

Свойства нормированной корр функции:

1. По модулю его значения не превышают единицу. |R(t1,t2)|<=1
2. При равных значениях аргумента его значение равно единице.
3. R(t1,t2)=R(t2,t1)

Следствие из св(1):  
1) Если коэф корреляции =0, то сечения Х(t1) и X(t2) - независимые случайные величины.   
Если коэф корреляции =1, то между сечениями линейная зависимость.

2) Линейная вероятностная зависимость случайных величин Х(t1) и X(t2) заключается в том, что при возрастании одной случайной величины другая, имеет тенденцию возрастать или убывать по линейному закону.

3) В остальных случаях коэф корреляции -1>r>1.

В этом случае говорят, что случайные величины Х(t1) и X(t2) связаны между собой положительной корреляцией, если 0<r<1, в случаях -1<r<0 – отрицательной корреляцией.

**Положительная корреляция** между случайными означает, что при возрастании одной из них, другая имеет тенденции в среднем возрастать.

**Отрицательная корреляция** означает, что при возрастании одной из случайных величин, другая имеет тенденцию в среднем убывать.

Чем ближе |r(t1,t2)| к единице, тем больше оснований считать, что случайные величины Х(t1) и X(t2) связаны линейной зависимостью.

На практике очень часто встречаются случайные процессы, протекающие во времени приблизительно однородно. Эти процессы можно рассматривать как продолжающиеся во времени неопределенно долго. При их исследовании в качестве начала отсчета можно выбрать любой момент времени. Такие случайные процессы называют **стационарные.**

Случайные процессы называют стационарными**,** если все его вероятностные характеристики не меняются при любом изменении аргумента, т.е.:

1. M(t)=m=const
2. D(t)=D=const
3. K(t,t+T)=k(T)

При Т=0 k(t,t)=D(t)=k(0)=const

Условие 3 есть единственное существенное условие, которому должная удовлетворять стационарная случайная функция.

Так как корреляционная функция обладает свойствами симметрии, то K(t,t+T)=K(t+T,t) отсюда K(T)=K(-T) – четная функция. Поэтому обычно корреляционную функцию определяют только для положительных значений аргумента.